

Deterministické modely řízení zásob

Model D1 (EOQ)

Q velikost poptávky za rok

N celkové náklady za rok

c_1 jednotkové skladovací náklady za rok

c_2 pořizovací náklady jedné dodávky

q velikost jedné dodávky

Q/q počet dodávkových cyklů za rok

t délka dodávkového cyklu ($= 1 / \text{počet cyklů za rok}$)

d pořizovací lhůta dodávky

r bod znovuobjednávky

Celkové náklady: $N = c_1 \frac{q}{2} + c_2 \frac{Q}{q}$ $q/2$ je průměrná výše zásoby

Optimální q : $q^* = \sqrt{\frac{2Qc_2}{c_1}}$

Optimální N : $N^* = \sqrt{2Qc_1c_2}$

Optimální t : $t^* = \frac{q^*}{Q} = \sqrt{\frac{2c_2}{Qc_1}}$

Optimální r : $r^* = (Qd) \bmod q^*$ funkce „mod“ je zbytek po dělení

Model D2 (EOQ + neuspokojená poptávka)

c_3 jednotkové náklady z neuspokojené poptávky za rok

s výše neuspokojené poptávky na konci dodávkového cyklu (čekající požadavky)

t_1 část dodávkového cyklu, kdy jsou požadavky uspokojovány

t_2 část dodávkového cyklu, kdy požadavky uspokojovány nejsou

α pravděpodobnost uspokojení požadavku (podíl ihned uspokojených požadavků)

β pravděpodobnost čekání (podíl požadavků, jež musí na uspokojení čekat)

Celkové náklady: $N = \left(c_1 \frac{q-s}{2} t_1 + c_2 + c_3 \frac{s}{2} t_2 \right) \cdot \frac{Q}{q} = c_1 \frac{(q-s)^2}{2q} + c_2 \frac{Q}{q} + c_3 \frac{s^2}{2q}$

Optimální q : $q^* = \sqrt{\frac{2Qc_2}{c_1}} \cdot \sqrt{\frac{c_1 + c_3}{c_3}}$

Optimální s : $s^* = q^* \cdot \frac{c_1}{c_1 + c_3}$

Optimální β : $\beta^* = \frac{s^*}{q^*} = \frac{c_1}{c_1 + c_3}$ obecně platí vztah $\beta = \frac{s}{q}$

Optimální α : $\alpha^* = 1 - \beta^* = \frac{c_3}{c_1 + c_3}$ obecně platí vztah $\alpha = 1 - \beta$

Optimální N : $N^* = \sqrt{2Qc_1c_2} \cdot \sqrt{\alpha^*}$

Optimální t :
$$t^* = \frac{q^*}{Q} = \sqrt{\frac{2c_2}{Qc_1}} \cdot \sqrt{\frac{c_1 + c_3}{c_3}} = \sqrt{\frac{2c_2}{Qc_1}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\alpha^*}}$$

Optimální r :
$$r^* = (Qd) \bmod q^* - s^*$$
 může vyjít záporně

Model D3 (POQ)

P produkční kapacita za časovou jednotku (intenzita produkce)

Q spotřeba (poptávka) za časovou jednotku (intenzita spotřeby)

c_2 fixní náklady jedné výrobní dávky

Celkové náklady:
$$N = c_1 \cdot \frac{P-Q}{P} \cdot \frac{q}{2} + c_2 \cdot \frac{Q}{q}$$
 $\frac{p-h}{p} \cdot \frac{q}{2}$ je průměrná výše zásoby

Optimální q :
$$q^* = \sqrt{\frac{2Qc_2}{c_1}} \cdot \sqrt{\frac{P}{P-Q}}$$

Optimální N :
$$N^* = \sqrt{2Qc_1c_2} \cdot \sqrt{\frac{P-Q}{P}}$$

Optimální r :
$$r^* = \begin{cases} Qd, & \text{pokud } d \leq t_2^*, \\ (t^* - d) \cdot (P - Q) & \text{jinak.} \end{cases}$$

Optimální t_2 :
$$t_2^* = \frac{(P-Q)}{P} \cdot \frac{q}{Q} = \frac{(P-Q)}{P} \cdot t^*$$

Model D4 (Množstevní rabaty)

c_q nákupní cena jednotky zásoby při objednávce o objemu q

q_i^* optimální velikost objednávky v i -té diskontní kategorii

DM_i dolní mez velikosti objednávky v i -té diskontní kategorii

Celkové náklady:
$$N = c_1 \frac{q}{2} + c_2 \frac{Q}{q} + c_q Q$$

Optimální q_i :
$$q_i^* = \max \left\{ \sqrt{\frac{2Qc_2}{c_1}}, DM_i \right\}$$

Optimální N :
$$N^* = \min_i (N(q_i^*))$$
 $N(q_i^*)$ jsou náklady odpovídající q_i^*

Optimální q :
$$q^* = q_i^* \text{ pro } i = \arg \min_j \{N(q_j^*)\}$$
 vybereme q_i^* s nejnižšími náklady

Stochastické modely řízení zásob

Model S1 (stochastická spojitá poptávka)

μ_Q střední velikost poptávky za rok

σ_Q směrodatná odchylka poptávky za rok

μ_d střední velikost poptávky během pořizovací lhůty (větš. $\mu_d = \mu_Q \cdot d$)

σ_d směrodatná odchylka poptávky během pořizovací lhůty (větš. $\sigma_d = \sigma_Q \cdot \sqrt{d}$)

w pojistná zásoba

γ úroveň obsluhy (pravděpodobnost, že v 1 cyklu dojde k neuspokojení poptávky)

r_γ bod znovuobjednávky, který zajišťuje úroveň obsluhy γ

Optimální q :
$$q^* = \sqrt{\frac{2\mu_Q c_2}{c_1}}$$

Optimální r :
$$r^* = \mu_d$$

Při zadané hodnotě γ stanovíme $r_\gamma = r^* + w$, kde $w = u_\gamma \sigma_d$, přičemž u_γ je γ -procentní kvantil $N(0,1)$. Střední celkové náklady jsou pak $N^* = \sqrt{2\mu_Q c_1 c_2} + c_1 w$.

Model S2 (newsvendor model, optimalizace jednorázově vytvářené zásoby)

Q skutečná poptávka

c_1 jednotkové náklady na přebytečnou zásobu

c_2 jednotkové náklady z neuspokojené poptávky

Optimální γ :
$$\gamma = \frac{c_2}{c_1 + c_2}$$

Optimální q (diskrétní): $P\{Q \leq q^* - 1\} \leq \frac{c_2}{c_1 + c_2} \leq P\{Q \leq q^*\}$ kumul. p-st $\geq \frac{c_2}{c_1 + c_2}$

Modely hromadné obsluhy

Jednoduchý exponenciální model (M/M/1)

λ intenzita příchodu (průměrný počet nových požadavků za časový interval)

μ intenzita obsluhy (průměrný počet obslužených požadavků za časový interval)

n počet prvků v systému v daném okamžiku

ρ průměrná intenzita provozu ($= \lambda / \mu$, udává p-st, že nový požadavek bude čekat)

p_n pravděpodobnost, že v systému je právě n prvků

P-st, že v systému právě není žádný prvek: $P\{n = 0\} = p_0 = 1 - \rho$

P-st, že v systému je právě n prvků: $p_n = p_0 \rho^n$

P-st, že v systému je alespoň i prvků: $P\{n \geq i\} = \rho^i$

P-st, že v systému je fronta: $P\{n \geq 2\} = \rho^2$

Průměrná doba strávená v systému:
$$T = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

Průměrná doba strávená ve frontě:
$$T_f = \rho T = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

Průměrný počet prvků v systému: $\bar{n} = \lambda T$ „Littleova formule“

Průměrná délka fronty: $\bar{n}_f = \lambda T_f$ „Littleova formule“