

Kvantitativní management

Heuristiky pro úlohu obchodního cestujícího (TSP), analýza obalu dat (DEA)

Příklad 1 Obchodní cestující vyjíždí z Prahy (z kanceláře na Chodově) a má za den navštívit klienty v dalších čtyřech středočeských obcích, jejichž vzájemné vzdálenosti v km jsou uvedeny v následující tabulce. K večeru by se rád dostal obchodní cestující zpět do Prahy. Určete nejlepší plán cesty obchodního cestujícího, tj. takový, který minimalizuje celkovou délku trasy.

	Praha	Modl.	Psáry	Zvole	Vestec
Praha	0	12	16	16	8
Modletice	12	0	15	16	8.5
Psáry	16	13	0	12	6.9
Zvole	16	16	16	0	9.2
Vestec	8	8.5	8.5	9.2	0

- Formulujte matematický model.
- Najděte přípustné řešení úlohy pomocí *metody nejbližšího souseda* a запиšte výsledné hodnoty proměnných a účelové funkce.
- Najděte přípustné řešení úlohy pomocí *metody výhodnostních čísel* a запиšte výsledné hodnoty proměnných a účelové funkce.
- Najděte přípustné řešení úlohy pomocí *vkřádací metody* a запиšte výsledné hodnoty proměnných a účelové funkce.
- Najděte optimální řešení pomocí optimalizačního systému Lingo.

Příklad 2 Následující tabulka zachycuje počet lektorů (vstup, v desítkách) a počet úspěšných absolventů (výstup, ve stovkách) za poslední rok pro jisté vysoké školy *A* až *D*.

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
vstup	1	3	7	5
výstup	3	5	7	4

- Vypočítejte hodnotu efektivnosti všech jednotek při *konstantních výnosech z rozsahu* (CRS).
- V grafu s osami *vstup* a *výstup* zachyťte efektivní hranici při *variabilních výnosech z rozsahu* (VRS). Které jednotky jsou efektivní?
- Uvažujte VRS. Najděte vstup a výstup pro virtuální jednotku *D'* ve *vstupově orientovaném modelu* (*input-oriented*), spočítejte efektivnost *D* podle tohoto modelu.
- Uvažujte VRS. Najděte vstup a výstup pro virtuální jednotku *D''* ve *výstupově orientovaném modelu* (*output-oriented*), spočítejte efektivnost *D* podle tohoto modelu.
- Stanovte superefektivnost jednotky *B* ve výstupově orientovaném modelu.
- Stanovte superefektivnost jednotky *B* ve vstupově orientovaném modelu.

Příklad 3 Následující tabulka zachycuje počet lektorů (vstup 1, v desítkách), celkovou kapacitu učeben (vstup 2, v desítkách míst) a počet úspěšných absolventů (výstup, ve stovkách) pro jisté vysoké školy.

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
vstup 1	1	4	2
vstup 2	8	15	10
výstup	3	6	3

Ukazatel efektivity pro jednotku q lze definovat jako

$$\frac{\text{vážený součet výstupů } q}{\text{vážený součet vstupů } q} = \frac{\sum_{i=1}^m u_i y_{iq}}{\sum_{j=1}^r v_j x_{jq}},$$

kde u_i jsou nezáporné váhy každého z m vstupů, v_j jsou nezáporné váhy každého z r výstupů, x_{iq} je hodnota i -tého vstupu pro jednotku q a y_{jq} je hodnota j -tého vstupu pro jednotku q .

- Stanovte takové váhy, aby jednotka A vyšla nejlépe.
- Stanovte takové váhy, aby jednotka A nevyšla nejlépe.
- Stanovte takové váhy, aby jednotka D vyšla nejlépe. Lze toho docílit s ryze kladnými vahami?
- Zamyslete se, jak změnit váhy stanovené v předchozích bodech tak, aby ukazatel efektivity nikdy nepřekročil 1.

Příklad 4 *Primární CCR model model orientovaný na vstupy* (též *primární CCR-I model*) zjišťuje efektivnost jednotky q následujícím způsobem: pokusí se nastavit váhy u_i a v_j tak, aby jednotka q vyšla co nejlépe (ušiřte váhy na míru pro q) s tím, že (i) žádná jednotka nesmí mít při těchto vahách ukazatel efektivity větší než 1 a (ii) všechny váhy musí být ryze kladné, resp. větší než nějaká minimální mez (např. 10^{-6}), označovaná jako ε . Pro každou jednotku q tedy řešíme optimalizační úlohu o nastavení vah (čili v proměnných u_i, v_j) následujícího tvaru:

$$\begin{aligned} &\text{maximalizovat} && \frac{\sum_{i=1}^m u_i y_{iq}}{\sum_{j=1}^r v_j x_{jq}} \\ &\text{za podmíněk} && \frac{\sum_{i=1}^m u_i y_{ik}}{\sum_{j=1}^r v_j x_{jk}} \leq 1 \quad \text{pro všechny jednotky } k, \\ & && u_i \geq \varepsilon \quad \text{pro všechny výstupy } i, \\ & && v_j \geq \varepsilon \quad \text{pro všechny vstupy } j. \end{aligned} \tag{1}$$

Zřejmě se nejedná o úlohu LP — zatímco první podmínka by šla bez problémů linearizovat (při ekonomických aplikacích máme kladné vstupy, čili jmenovatel je kladný a lze jím celou nerovnost přenásobit), s účelovou funkcí to tak hladce nepůjde. Převeďte proto problém na úlohu LP pomocí Charnesovy-Cooperovy transformace: zaveďte nezápornou proměnnou $t = (\sum_{j=1}^r v_j x_{jq})^{-1}$, dosadte ji do účelové funkce, přenásobte s ní omezující podmínky a nakonec zaveďte substituce $u_i \leftarrow u_i t$, $v_j \leftarrow v_j t$.

Výsledek. Výsledný model by měl vypadat takto:

$$\begin{aligned} &\text{maximalizovat} && \sum_{i=1}^m u_i y_{iq} \\ &\text{za podmíněk} && \sum_{i=1}^m u_i y_{ik} - \sum_{j=1}^r v_j x_{jk} \leq 0 \quad \text{pro všechny jednotky } k, \\ & && \sum_{j=1}^r v_j x_{jq} = 1, \\ & && u_i \geq \varepsilon \quad \text{pro všechny výstupy } i, \\ & && v_j \geq \varepsilon \quad \text{pro všechny vstupy } j. \end{aligned} \tag{2}$$

Příklad 5 Použijte datový soubor `DEA.xls`. Zjistěte, která z uvedených jednotek je podle primárního CCR-I modelu efektivní.