

# Hry s neúplnou informací

Martin Dlouhý

# Úplné a neúplné informace

- Při aukci není reálné předpokládat, že dražitel zná hodnocení dražených položek ostatními dražiteli.
- Při vyjednávání není vždy možné předpokládat, že hráč zná dokonale užitkové funkce ostatních hráčů.
- Modely oligopolu počítají s tím, že každá firma zná nejen vlastní nákladovou funkci, ale také nákladové funkce konkurenčních firem.

# Informace

- **Neúplné informace** – hráči chybí výchozí informace o hře (např. nezná výplatní funkce hráčů)
- **Nedokonalé informace** – hráči chybí informace o průběhu hry (hráč nezná pozici v karetní hře).
- **Soukromé informace** – informace, která není dostupná všem ostatním hráčům.
- **Veřejné (společné) informace** (common knowledge) – informace dostupné všem hráčům.

# Hra s neúplnou informací - statická Bayesovská hra

- John C. Harsanyi – články v Management Science 1967-68
- Každý hráč může mít více **typů**, např. boxer může mít typ „jsem ve formě“ či typ „nejsem ve formě“.
- První tah hráče **Příroda**, který náhodně určí typy hráčů.
- Každý hráč zná svůj určený typ, ale nezná typ ostatních hráčů.
- Každý typ hráče budeme považovat za samostatného hráče. Typ hráče má **prostor akcí**, hráč má **prostor strategií**.

# Bayesovská hra - definice

- **Množina hráčů:**  $\{1, 2, \dots, N\}$ .
- **Množina prostorů strategií:**  $\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$ . Zde  $X_i$  označuje prostor strategií  $i$ -tého hráče. Konkrétní strategie značíme  $(x_1, x_2, \dots, x_N)$ .
- **Množina prostorů typů hráčů:**  $\{T_1, T_2, \dots, T_N\}$ . Typ  $t_i \in T_i$  odpovídá určité výplatní funkci, kterou může mít hráč  $i$ . Hráč  $i$  zná svůj typ, ale nezná typy dalších hráčů.
- **Množinou názorů hráčů:**  $\{p_1, p_2, \dots, p_N\}$ . Náзор  $p_i$  reprezentuje názor hráče  $i$ , který má o typech dalších hráčů. Náзор hráče je modelově zachycen subjektivní pravděpodobnostní funkcí.
- **Množinou výplatních funkcí:**  $\{f_1(x_1, x_2, \dots, x_N, t_1, t_2, \dots, t_N), \dots, f_N(x_1, x_2, \dots, x_N, t_1, t_2, \dots, t_N)\}$ . Výplatní funkce jsou definovány na kartézském součinu prostoru strategií a prostoru typů hráčů.

# Bayesova-Nashova rovnováha

- Bayesova-Nashova rovnováha ve hře s neúplnou informací  $H$  je Nashova rovnováha ve hře s nedokonalou informací  $H^*$ , která je reprezentací původní hry s neúplnou informací.
- Věta: V každé konečné hře s neúplnou informací existuje alespoň jedna Bayesova-Nashova rovnováha.

# Hra manželský spor s rozdělením typů (0,5; 0,5)

*manželka, která chce vidět manžela*

*kopaná nákupy*

<i>manžel</i>	<i>kopaná</i>	$[2; 1 \quad 0; 0]$
	<i>nákupy</i>	$[0; 0 \quad 1; 2]$

*manželka, která nechce vidět manžela*

*kopaná nákupy*

<i>kopaná</i>	$[2; 0 \quad 0; 2]$
<i>nákupy</i>	$[0; 1 \quad 1; 0]$

# Hra manželský spor – konstrukce hry

		<i>manželka typ 1 a 2</i>			
		$(k, k)$	$(k, n)$	$(n, k)$	$(n, n)$
<i>manžel</i>	<i>kopaná</i>	$2; 1; 0$	$1; 1; 2$	$1; 0; 0$	$0; 0; 2$
	<i>nákupy</i>	$0; 0; 1$	$0,5; 0; 0$	$0,5; 2; 1$	$1; 2; 0$



# Hra manželský spor - řešení

		<i>manželka typ 1 a 2</i>			
		$(k, k)$	$(k, n)$	$(n, k)$	$(n, n)$
<i>manžel</i>	<i>kopaná</i>	$(2); [1]; 0$	$(1); [1]; [2]$	$(1); 0; 0$	$0; 0; [2]$
	<i>nákupy</i>	$0; 0; [1]$	$0,5; 0; 0$	$0,5; [2]; [1]$	$(1); [2]; 0$

# Typy rovnováh

<b>Typ hry</b>	<b>Normální tvar</b>	<b>Rozvinutý tvar</b>
<b>Úplná informace</b>	Nashova rovnováha	Dokonalá rovnováha podhry
<b>Neúplná informace</b>	Bayesova-Nashova rovnováha	Dokonalá Bayesova rovnováha