

Kooperativní hry s více hráči  
Koaliční hry  
Hlasovací hry

Martin Dlouhý

# Definice (1)

- **Koalice** je skupina hráčů (politických stran, klubů), kteří spolupracují při volbě strategií.
- Koalice může být **jednočlenná** (odlišnost od politologie).
- **Velká koalice** je koalice všech hráčů (odlišnost od politologie).
- **Koaliční struktura** je množina všech utvořených koalic ( $\{1,4\},\{2,3\},\{5\}$ ).
- Koaliční struktura je **volná** (přípustné jsou jakékoli koalice) a **disjunktní** (každý je jen v jedné koalici). Závazek „s extremisty do vlády nepůjdeme“ znamená **omezenou** koaliční strukturu.

## Definice (2)

- **Hlasovací hra** je specifická hra, která má pouze výsledek 1 (přijato) nebo 0 (nepřijato).
- **Hlasovací pravidlo** je číslo určující minimální počet hlasů pro výsledek 1 (přijato). Obvykle  $1/2$  hlasů + 1, ale může být i více, např.  $2/3$  pro ústavní změny.
- **Většinová koalice** je koalice hráčů s počtem hlasů vyšším než udává hlasovací pravidlo.
- **Menšinová koalice** je koalice, která tento počet hlasů nemá. Často jde o teoretickou koalici, která tvoří doplněk ke koalici většinové.

# Počet koalic – tři hráči (strany)

Hráči A, B, C – jaký je celkový počet koalic (skupin)?

1. A, B, C - velká koalice
2. A, B
3. A, C
4. B, C
5. A
6. B
7. C

# Počet koalic – příklad ZHMP 2010

Volební strana	Počet zastupitelů	Je strana v koalici ?	
TOP 09	26	Ano	Ne
ODS	20	Ano	Ne
ČSSD	14	Ano	Ne
KSČM	4	Ano	Ne
Celkem	63		

Každá strana má dvě možnosti (ano, ne). Počet stran  $N = 4$ .

Takže existuje  $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$  možností.

Jedna koalice je prázdná, když si všechny strany vylosují „Ne“.

Proto pro počet koalic platí  $2^N - 1$ , tedy  $(2^{(\text{počet stran})} - 1) = 15$ .

# Počet koalic – příklad ZHMP 2014

Volební strana	Počet zastupitelů (%)
ANO 2011	17 (26,2)
TOP 09	16 (24,6)
Trojkoalice (SZ, KDU-ČSL, STAN)	8 (12,3)
ODS	8 (12,3)
ČSSD	8 (12,3)
KSČM	4 (6,2)
Piráti	4 (6,2)
Celkem	65 (100 %)

Každá strana má dvě možnosti (ano, ne). Počet stran  $N = 7$ .

Počet koalic platí  $2^N - 1$ , =  $128 - 1 = 127$ .

# Počet většinových koalic – tři hráči (strany)

Hráči A, B, C – každý má jeden hlas, hlasovací pravidlo 50 %.

Už víme, že koalic existuje 7, což vypočteme z  $2^3 - 1$ .

Většinová koalice	Menšinová koalice
A, B, C	{ } – prázdná koalice
A, B	C
A, C	B
B, C	A

Počet většinových a „menšinových“ koalic včetně prázdné koalice je  $2^3$ .

Obecně  $2^N$ , z toho většinových je polovina, tedy  $2^{N-1} = 2^2 = 4$ .

# Počet většinových koalic – čtyři hráči

Hráči A, B, C, D – každý má 25 hlasů, hlasovací pravidlo 50 %.  
Počet koalic 15, vypočteme z  $2^4 - 1$ .

Většinová koalice	Menšinová koalice
A, B, C, D (100 hlasů)	{ } – prázdná koalice
A, B, C (75 hlasů)	D (25 hlasů)
A, C (50 hlasů)	B, D (50 hlasů)
...	...

Počet většinových koalic  $2^{N-1}$  platí pouze při lichém počtu zastupitelů, protože tehdy nemůže nastat remíza v počtu hlasů.

Když je počet hlasů **sudý**, **snižuje se počet možných většinových koalic**.  
(vzpomeňme hledání 101-koalice v poslanecké sněmovně, 200 poslanců).

Počet členů zastupitelstva by tedy měl být **lichý !!!**



# Počet většinových koalic – příklad ZHMP 2010

Takže existuje  $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$  možností.

**8 většinových koalic** (počet zastupitelů je lichý), z toho jedna 4-členná, čtyři 3-členné a tři 2-členné.

Většinové koalice	Počet hlasů
TOP 09 + ODS + ČSSD + KSČM	63
TOP 09 + ODS + ČSSD	60
TOP 09 + ODS + KSČM	49
TOP 09 + ČSSD + KSČM	43
ODS + ČSSD + KSČM	37
TOP 09 + ODS	46
TOP 09 + ČSSD	40
ODS + ČSSD	34

# Počet většinových koalic – ZHMP 2014

- 7 klubů, počet většinových koalic  $2^6 = 64$
- 7 klubů + klub Nezávislí, počet většinových koalic je  $2^7 = 127$ .

# Teorie formování koalic

- **Nepolitické (mocenské) teorie**, které konflikt modelují jako boj o moc bez ohledu na ideologickou orientaci stran. V koalici může vládnout „každý s každým“.
- **Politické teorie**, které přihlížejí k ideologickým východiskům stran. Koalici tvoří ideově podobně zaměřené strany.

# Mocenské teorie formování koalic

- **Minimální většinová koalice** je taková koalice, která se stane menšinou, pokud ji opustí libovolný člen.
- **Nejmenší minimální většinová koalice** je většinová koalice s minimálním počtem zastupitelů (W. H. Riker). Teorie vychází z předpokladu, že strany maximalizují svůj podíl na moci v utvořené koalici.
- **Teorie vyjednávacího návrhu** navrhuje minimalizovat počet stran. Předpoklad, že čím méně stran v koalici, tím snadněji se dohodnou.

Většinové koalice (ZHMP 2010)	Počet koaličních zastupitelů
TOP 09 + ODS + ČSSD + KSČM	63
TOP 09 + ODS + ČSSD	60
TOP 09 + ODS + KSČM	49
TOP 09 + ČSSD + KSČM	43
ODS + ČSSD + KSČM	37
TOP 09 + ODS	46
TOP 09 + ČSSD	40
ODS + ČSSD	34

Existuje 8 většinových koalic.

Červené koalice nejsou minimální většinové koalice.

Modré koalice nejsou nejmenší minimální většinové koalice.

Koalice ODS + ČSSD v roce 2010 skutečně vznikla.

# Problémy s předpoklady modelů

- Všichni zástupci jedné strany hlasují vždy jednotně.
- Pokud vznikne koalice, pak všichni členové koalice hlasují jednotně.

V případech těsné většiny máme ovšem zkušenost s přeběhlíky, vydíráním, uplácením atd.

# Politické teorie formování koalic

- **Minimální souvislá většinová koalice** předpokládá, že strany lze uspořádat od levicových po pravicové, že všichni členové koalice budou ideologicky sousední.

Příklad 5 stran (16 většinových koalic), každá 40 hlasů

KSČM ČSSD ANO 2011 TOP 09 Svobodní

KSČM ČSSD ANO 2011 TOP 09 Svobodní

KSČM ČSSD ANO 2011 TOP 09 Svobodní

# Politické teorie formování koalic (2)

- **Souvislá koalice s minimální rozpětím** předpokládá minimalizaci ideologických rozdílů.

Příklad 5 stran (16 většinových koalic), každá 40 hlasů

KSČM	ČSSD	ANO 2011	TOP 09	Svobodní	$50 - 5 = 45$
KSČM	ČSSD	ANO 2011	TOP 09	Svobodní	$75 - 25 = 50$
KSČM	ČSSD	ANO 2011	TOP 09	Svobodní	$90 - 50 = 40$
5	25	50	75	90	(ideolog. pozice 0 – 100)



# Měření síly hráčů (1) – Ukazatelé síly

- **Shapleyova hodnota** pro hodnocení síly hráčů.
- Předpokládejme 200-člennou poslaneckou sněmovnu s poslanci: Levice 95, Pravice 90, Nezávislí 15.
- Pozorujeme, že síla hráčů v praxi neodpovídá počtu hlasů. Nezávislí se 7,5 % hlasů mohou mít ve skutečnosti mnohem větší podíl na moci.
- **Shapleyův-Shubikův ukazatel síly** – počet uspořádání při tvorbě koalic, kdy se díky hlasům daného hráče stane koalice většinovou.
- **Banzhafův ukazatel síly** – měří nepostradatelnost strany pro koalici. Normalizovaný počet většinových koalic, které by se po odstoupení daného hráče staly menšinovými.

# Měření síly hráčů (2) – ZHMP 2014

Volební strana	Počet zastupitelů (%)	Shapley-Shubikův ukazatel síly	Banzhafův ukazatel síly
ANO 2011	17 (26,2)	34,3	32,2
TOP 09	16 (24,6)	24,3	22,0
Trojkoalice (SZ, KDU-ČSL, STAN)	8 (12,3)	11,0	11,9
ODS	8 (12,3)	11,0	11,9
ČSSD	8 (12,3)	11,0	11,9
KSČM	4 (6,2)	4,3	5,1
Piráti	4 (6,2)	4,3	5,1
Celkem	65 (100 %)	100 %	100 %