Kap. 2.3: Modelování variability procesů

Generování hodnot diskrétních náhodných veličin

Martin Dlouhý

2019

Generování diskrétních náhodných veličin

- Velmi častým postupem generování diskrétních náhodných veličin je pomocí náhodného pokusu (viz například generování hodnot geometrického rozdělení dále).
- Bernoulliho pokus: nastoupení jevu A, nenastoupení jevu A.

Geometrické rozdělení (1)

Počet jevů nepříznivých než nastane první jev příznivý. Parametr *p* určuje pravděpodobnost, že nastane jev příznivý. Parametr *q* = *1 – p*.

Pravděpodobnostní funkce:

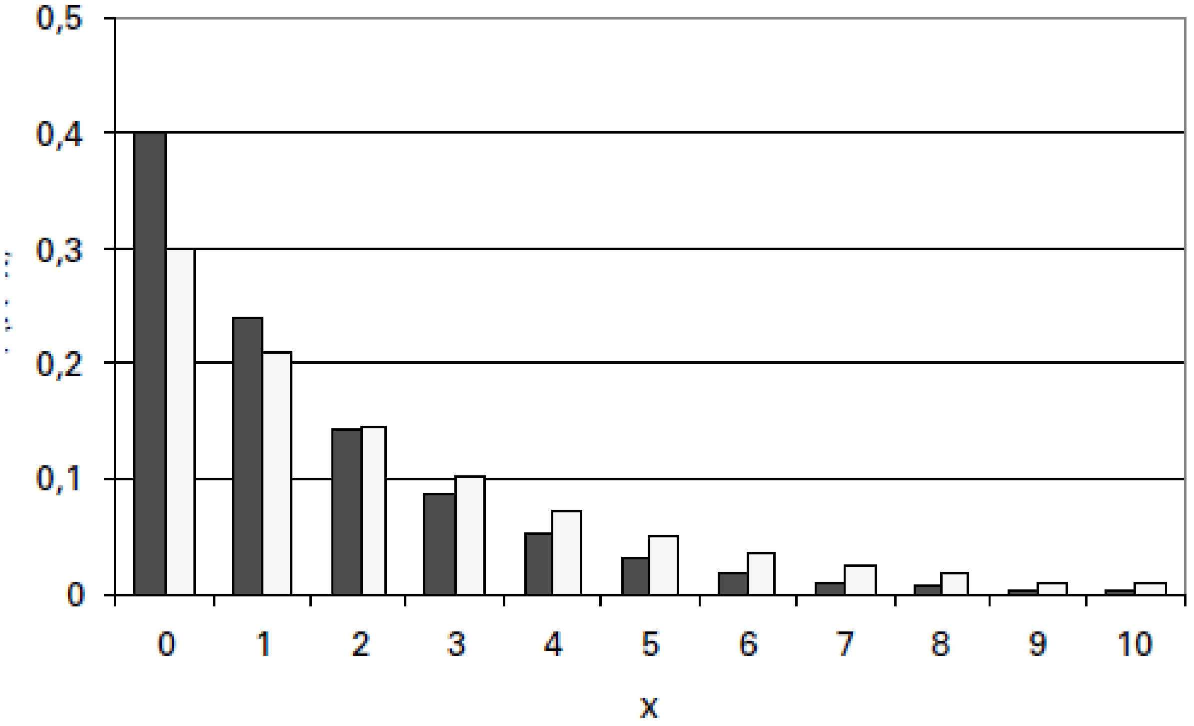
$$P(X = x) = pq^x = p(1-p)^x, \qquad \text{pro } x = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots$$

Střední hodnota:

$$E(x) = q/p$$

Rozptyl:

$$D(x) = q/p^2$$



Pravděpodobnostní funkce geometrického rozdělení pro *p*=0,4 a *p*=0,3

Geometrické rozdělení (2)

Algoritmus generování hodnot $Ge(p)$

1. $x = 0$;
2. generuj náhodné číslo r;
3. jestliže $r < p$, jdi na krok 5;
4. $x = x + 1$, jdi na krok 2;
5. konec, v x je hodnota geometrického rozdělení.

Binomické rozdělení (1)

Počet jevů příznivých při realizaci *n* nezávislých náhodných pokusů.

Pravděpodobnostní funkce:

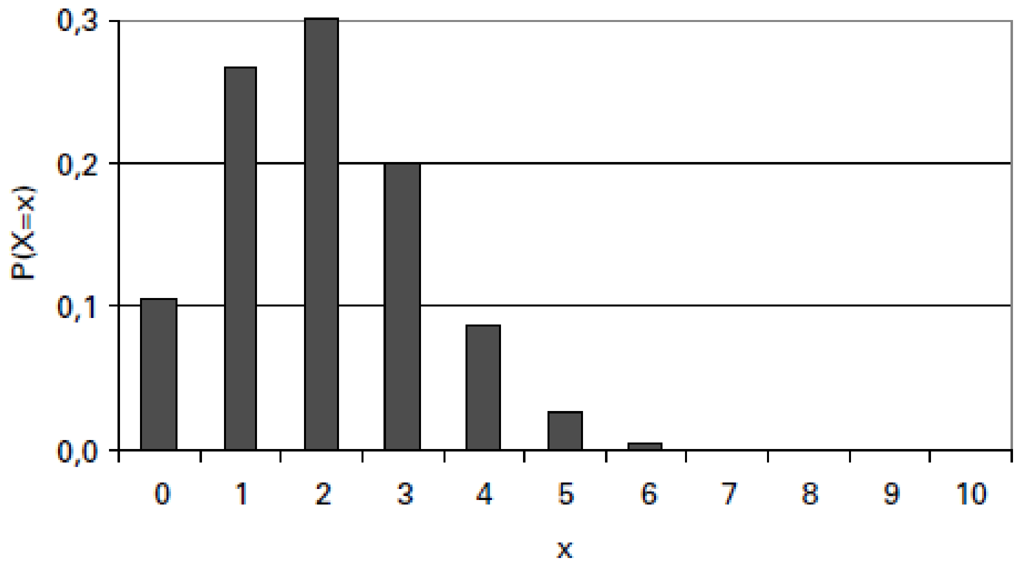
$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}, \qquad x = 0, 1, \ldots, n$$

Střední hodnota:

$$E(x) = np.$$

Rozptyl:

$$D(x) = np(1 - p).$$



Pravděpodobnostní funkce binomického rozdělení n=10 a p=0,2

Binomické rozdělení (2)

Algoritmus generování hodnot $Bi(n, p)$:

1. $x = 0$;
2. pro $i = 1, 2, \ldots, n$ opakuj kroky 3 a 4 ;
3. generuj náhodné číslo r ;
4. jestliže $r \leq p$, pak $x = x + 1$;
5. konec, v x je hodnota binomického rozdělení.

Pro $p < 0{,}1$ a $n > 30$ je možné aproximovat binomické rozdělení $Bi(n, p)$ Poissonovým rozdělením s hodnotou $\lambda = np$.

Poissonovo rozdělení (1)

Pravděpodobnostní funkce:

$P(X=x) = (\lambda^x e^{-\lambda})/x!$ pro $x = 0, 1, 2, \dots,$

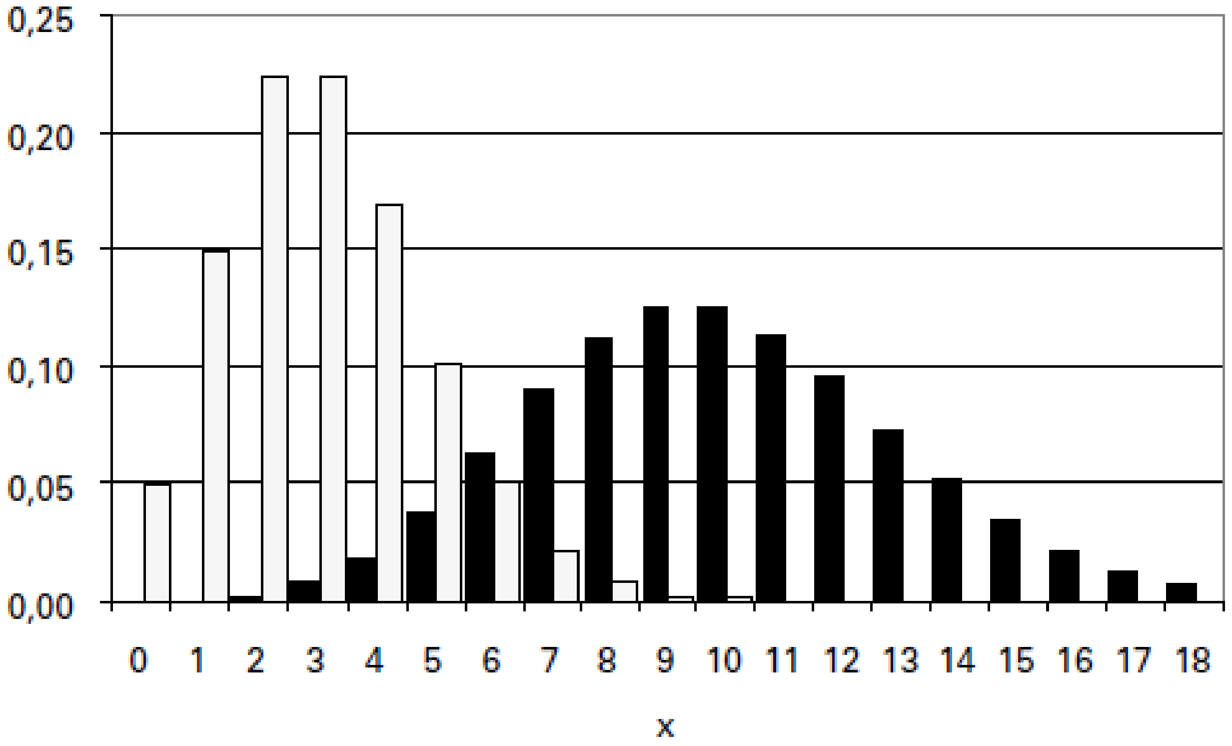
$P(X=x) = 0$ jinak.

Střední hodnota:

$E(x) = \lambda.$

Rozptyl:

$D(x) = \lambda.$



Pravděpodobnostní funkce Poissonova rozdělení se střední hodnotou 3 a 10

Poissonovo rozdělení (2)

Algoritmus generování hodnot Poissonova rozdělení s parametrem λ:

1. $x = 0$; $B = 1$;
2. generuj náhodné číslo r;
3. $B = Br$;
4. když $B \geq e^{-\lambda}$, pak $x = x + 1$, jdi na krok 2, jinak konec (x je hodnota rozdělení).

Jiná diskrétní rozdělení

- Hypergeometrické rozdělení – výběr bez vracení ze souboru prvku dvojího druhu (klasický případ bílých a černých koulí v klobouku), generování pomocí realizace náhodného pokusu.
- Pascalovo rozdělení – počet jevů nepříznivých, než nastane *k* jevů příznivých (tedy zobecnění geometrického rozdělení)
- Empirická rozdělení – je dán konečný počet hodnot a jejich pravděpodobnosti.

Jiné typy generování

- Generování vícerozměrných náhodných veličin při zadané korelaci (to by se mohlo hodin například v ekonometrii)
- Generování bodů v n-rozměrném prostoru (například náhodný bod na zeměkouli = náhodný bod na povrchu koule)
- Generování náhodných permutací a výběrů (lze například využít pro vygenerování čísel do tiketu hry Sportka)

Určení typu rozdělení

- „oční/grafický“ test (základní informace o povaze dat, např. existence záporných hodnot, diskrétní či spojitý charakter, vizuální podobnost s některým rozdělením apod.)
- testování empirických dat vůči vybraným teoretickým rozdělením, např. chí-kvadrát testem dobré shody
- expertní odhady, analogické případy (zvláště pokud data nejsou k dispozici, např. informace od experta „činnost trvá obvykle 5 až 10 minut“)
- přímé využití historických dat (typ rozdělení neurčujeme, při simulaci nové varianty použijeme data za minulé období)